

Schätzen – rechnen – runden

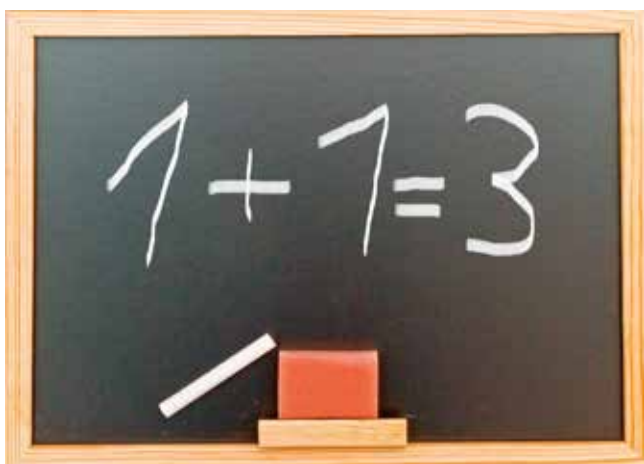
Eine Grösse schätzen, danach eine Überschlagsrechnung, und am Schluss noch sinnvoll runden ... Nicht gerade ein beliebtes Aufgabenformat.

Mögliche Gründe: Weil es zu Unsicherheit beim Korrigieren führt?

Weil es keine «Schwarz-Weiss»-Aufgaben sind, bei denen ganz eindeutig feststeht, was denn nun das (einzig) richtige Resultat ist? Christian Rohrbach

Unschärfe ist nicht erwünscht beim mathematisch Arbeiten – in der Mathematik: der Wissenschaft des klaren «wahr» oder «falsch». Man erwartet Eindeutigkeit und keine Ergebnisse, die Interpretationsspielraum lassen.

Weicht man in der Schule allerdings diesen Aufgaben aus, blendet man damit auch einen ganz entscheidenden Lebensweltbezug aus: Die Aufgaben des Alltags sind selten im streng mathematisch-abstrakten Sinn lösbar. Was innermathematisch durchaus exakt lösbar ist, muss dann für seine «Tauglichkeit» in der Anwendung im Alltag erst noch interpretiert oder adaptiert werden. Dann erst wird man sagen können: «Die(se) Mathematik hat etwas mit mir zu tun.»



→ Lehrplan-LINK

LP21: Mathematik, Kompetenzaufbau, 3. Zyklus

Die SuS...

- ... können Strategien verwenden: Vermutungen bilden und überprüfen, Vorwärtsarbeiten, Rückwärtsarbeiten, Rückschau halten.
- ... können zwischen exakten und gerundeten Werten unterscheiden.
- ... entscheiden situativ, mit gerundeten oder exakten Werten zu operieren.
- ... können Abweichungen zwischen gemessenen oder berechneten und geschätzten Grössen erklären.
- ... können in Sachsituationen proportionale und lineare Zusammenhänge erkennen.

Die Übersicht und das Vorgehen

- Die zwei Arbeitsblätter enthalten je zwei Aufgaben und sollten halbiert abgegeben werden.

Alle drei: Drei Menschen sind gesucht: Wie gross wären sie, würde der erste den Schuh tragen, der zweite mit seiner Hand einen Baum aus der Erde heben und der dritte mit dem abgebildeten Besteck essen können? Alle Schülerinnen und Schüler notieren sich drei Grössen. Bei der Auswertung in der Klasse stellt sich die Frage, wie man solche Schätzaufgaben angehen könnte, um einigermaßen realistische Ergebnisse zu erhalten:

- Vergleichen mit Bekanntem, von dem man die Masse kennt.
- Abschätzen, wie gross der Gegenstand auf dem Bild in Wirklichkeit ist.
- Proportional hochrechnen und überlegen, wie genau das Resultat angegeben werden soll.

- Bei den drei folgenden Aufgaben wurde jeweils ein leicht anderes Bild mit einer «Vergleichsgrösse» (Mensch) verwendet. Das wird die Schätzaufgabe erleichtern.
- Man könnte die drei Aufgaben auch arbeitsteilig in drei Gruppen bearbeiten lassen.
- Recherchen (im Internet) können hilfreich sein bei Unsicherheiten über Alltagsgrössen.

Der Schuh: Das Bild wurde in **Sitges**, einem Badeort südlich von Barcelona, aufgenommen.

Die Finger: Diese Skulptur befindet sich in **Glarus**, etwas südlich vom Bahnhof.

Das Besteck: Im Restaurant eines kleinen Hotels in **Jeparan** (Nordküste der Insel Java in Indonesien).

- Nach der Bearbeitung dieser drei Aufgaben ist eine gemeinsame Auswertung der Lösung unabdingbar und am lernwirksamsten:
 - Einige Schüler und Schülerinnen stellen ihren Lösungsweg vor.
 - Diskussion über Vor- und Nachteile der verschiedenen Vorgehensweisen.

- Vergleich der unterschiedlichen Resultate und Beurteilung der möglicherweise unterschiedlichen Genauigkeit bei der Angabe der Ergebnisse.
- Werden die gefundenen Grössen in Beziehung gesetzt zu bekannten Grössen, hilft das, die Gegebenheiten in den eigenen Erfahrungshorizont einzubeziehen (siehe Anmerkungen bei den Antworthinweisen).
- Haltung und Meinung der Schülerinnen und Schüler zu dieser Art Aufgaben (Relevanz für sie persönlich) einholen.

Die Antworthinweise

Was hier folgt, ist jeweils lediglich ein **Vorschlag**, wie man die Aufgabe angehen könnte. Praktisch alle Längenangaben sind geschätzt und in diesem Sinne nicht «verbindlich». Die Schülerinnen und Schüler werden kaum genau diese Werte für ihre Rechnungen benützen, und sie werden vermutlich auch andere Rechenwege einschlagen. Notwendige Rechnungen werden exakt ausgeführt, und gerundet wird erst am Schluss – das Runden mit der Sache angepassten «Vernunftüberlegungen». Auch Bereichsangaben (zum Beispiel: «zwischen 22 m und 27 m») können sinnvoll sein.

Der Schuh

Grösse des Mannes: 180 cm
Würde er einen (Turn-)Schuh analog zum grünen im Bild tragen, wäre der ungefähr 15 cm hoch. Höhe des grünen Schuhs im Bild: 210 cm (Vergleich «Mann ↔ Schuh»).

Verhältnisgleichung: $180 : 15 = x : 210$ (x steht für die gesuchte Grösse des Riesen) $x = 2520$

Schätzung: **Der Riese wäre ungefähr 25 m hoch.**

Anmerkung: Rechnet man mit einer Raumhöhe von 2,5 m, wäre der Riese also so gross wie ein 10-stöckiges Haus.

Die Finger

Grösse der Person im Hintergrund 180 cm
Bei einer erwachsenen Person ist der Daumen ungefähr 6 cm lang. Der aus der Erde ragende Daumen ist ungefähr 150 cm hoch (vergleiche auch die Jacke, die im Bild auf dem AB «Alle drei» über dem einen Finger hängt).

Verhältnisgleichung: $180 : 6 = x : 150$ (x steht für die Grösse der «unterirdischen» Person) $x = 4500$

Schätzung: **Die «unterirdische» Person könnte ungefähr 40 m bis 50 m hoch sein.**

Anmerkung: Dies ist ungefähr halb so hoch wie das höchste Haus in Winterthur (Wintower), das mit 26 Stockwerken bis 2003 das höchste Haus der Schweiz war.

Das Besteck

Grösse des 2-jährigen Mädchens: 80 cm
(ein asiatisches Mädchen ist eher kleiner als der Durchschnitt der Schweizer Mädchen, der bei 85 cm liegt).
Durchschnittliche Körpergrösse von Männern: 180 cm
Länge (Höhe) der Gabel im Bild: 200 cm (2,5 Mal so gross wie das Mädchen).
Länge einer üblichen Essgabel: 20 cm.

Verhältnisgleichung: $180 : 20 = x : 200$ (x steht für die Grösse der gesuchten Person) $x = 1800$

Schätzung: **Die Grösse der Person müsste ungefähr 18 m betragen.**

Anmerkung: Diese Person wäre ungefähr dreimal so hoch wie eine männliche Giraffe.

Die Literaturhinweise

Das Thema «Proportionalität» wird im folgenden Lehrmittel ausführlich behandelt:

Keller, F., Bollmann, B., Rohrbach, Ch., Schellendorfer R., «Mathematik 2, Kapitel 3: Funktionale Zusammenhänge» 2. Band des Lehrwerks für Arithmetik, Algebra, Geometrie, Sachrechnen und Stochastik für die 1. bis 3. Sekundarklasse, 20162, Lehrmittelverlag Zürich; ISBN 978-3-03713-504-4, <http://www.mathematik-sek1.ch/>
Verhältnisgleichungen werden in «Mathematik 2, Arbeitsheft 1» (Seite 88ff, Aufgabengruppe 4.x) eingeführt.

In der mathematikdidaktischen Literatur ist das Thema «Übergrösse» als Ausgangspunkt für Schätzaufgaben mit Überschlagsrechnungen und adäquatem Runden wiederholt anzutreffen; hier sei lediglich hingewiesen auf die Rubrik «Die etwas andere Aufgabe» – betreut von Wilfried Herget – in: mathematik lehren, Friedrich Verlag GmbH, Seelze, ISSN 0175-2235, Die Zeitschrift für den Unterricht in allen Schulstufen. <http://www.mathematik-lehren.de>

Eine Auswahl:

- Heft 135/2006 (Seite 66): «Legendärer Fuss» (übergrosser Bronzefuss einer Fussballlegende)
- Heft 140/2007 (Seite 67): «Grösstes Schoko-Ei» (grösstes Osterei der Welt)
- Heft 153/2009 (Seite 67): «Pommes für alle» (Riesenkartoffel)
- Heft 207/2018 (Seite 66): «... grosse Kunst» (Riesendau-
men-Denkmal für einen Künstler)

Alle drei

Auf den drei Bildern links siehst du drei übergrosse Dinge: einen gewaltigen Turnschuh, die Finger der Hand eines Riesen sowie Messer und Gabel, mit denen du beim Essen die grössten Schwierigkeiten hättest.



1. Was meinst du: Wie gross müsste ein Riese ungefähr sein, damit ihm der grüne Turnschuh passen würde?

2. Was erwartest du: Wie gross müsste die «unterirdische Gestalt» ungefähr sein, damit sie auf diese Art ihre Finger aus der Erde strecken könnte?

3. Was denkst du: Wie gross müsste ein menschliches Wesen ungefähr sein, damit es beim Essen mit diesem Besteck zurechtkäme?



Der Schuh

Wie gross müsste eine Riese sein, wenn er diesen Schuh tragen möchte?

Durch kluge Überlegungen und Rechnungen kannst du zu einer guten Schätzung kommen.

Beachte dazu folgende Hinweise:

- die Grösse des Mannes im Vordergrund
- die Höhe oder Länge seiner Schuhe (nicht sichtbar)
- die Höhe oder Länge des grünen Schuhs im Bild
- arbeite mit Verhältnissen; vergiss das sinnvolle Runden nicht.



Der Finger

Wie gross wäre die Person unter der Erde, die mit ihrer Hand das Wurzelwerk eines Baum von unten umfasst?

Durch geschicktes Vergleichen und Abschätzen gelangst du zu einer vernünftigen Schätzung.

Beachte dazu folgende Hinweise:

- die Grösse der (dunklen) Person im Hintergrund
- die Länge des Daumens einer erwachsenen Person
- die Länge (hier: Höhe) des Daumens der gesuchten Person
- arbeite mit Verhältnissen oder Proportionen und runde sinnvoll.





Das Besteck

Wie gross müsste ein Mensch sein, wenn er mit dieser Gabel und diesem Messer beim Essen am Tisch gut zurechtkäme?

Wenn du geschickte Vergleiche anstellst und realistische Annahmen machst, kannst du zu einer guten Schätzung kommen.

Beachte dazu folgende Hinweise:

- die Grösse des zweijährigen Mädchens und eines Erwachsenen
- die Höhe der Gabel im Bild und die Länge einer üblichen Gabel
- arbeite mit Verhältnissen und runde am Schluss sinnvoll.
